$$\begin{cases} \left|\dfrac{z_1-b}{z_1-a}\right| = 1 \\ \arg\left(\dfrac{z_1-b}{z_1-a}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}\,(2\pi) \end{cases}$$

où z_1 est l'affixe de M_1

$$\Leftrightarrow \frac{z_1-b}{z_1-a} = e^{i\frac{\pi}{2}} \Leftrightarrow \frac{z_1-b}{z_1-a} = i \Leftrightarrow z_1 = \frac{b-ia}{1-i}$$

Un raisonnement analogue nous conduit à :

$$z_2 = \frac{c-ib}{1-i}\;;\quad z_3 = \frac{d-ic}{1-i}\;;\quad z_4 = \frac{a-id}{1-i}$$

2°/ a) $(\overrightarrow{M_2M_4}, \overrightarrow{M_1M_3}) \equiv \arg\left(\dfrac{z_3-z_1}{z_4-z_2}\right)(2\pi)$

$$\equiv \arg\left(\frac{d-ic-b+ia}{a-id-c+ib}\right)(2\pi)$$

$$\equiv \arg\left(\frac{d-b+i(a-c)}{a-c+i(b-d)}\right)(2\pi)$$

$$\equiv \arg i\left(\frac{a-c+i(b-d)}{a-c+i(b-d)}\right)(2\pi)$$

$$\equiv \arg i\,(2\pi) \equiv \frac{\pi}{2}\,(2\pi)$$

Donc $(\overrightarrow{M_2M_4}, \overrightarrow{M_1M_3}) \equiv \dfrac{\pi}{2}\,(2\pi)$ d'où $(M_1M_3) \perp (M_2M_4)$

b) $\dfrac{M_1M_3}{M_2M_4} = \dfrac{|z_3-z_1|}{|z_4-z_2|} = \left|\dfrac{z_3-z_1}{z_4-z_2}\right| = |i| = 1$

Donc $M_1M_3 = M_2M_4$

<u>Remarque</u> : Les complexes ont servi dans cet exercice à démontrer un résultat en géométrie plane (voir chapitre similitude).